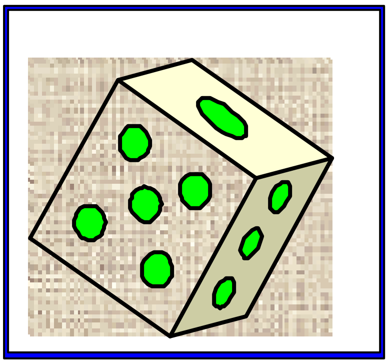
KODE MAT. 07

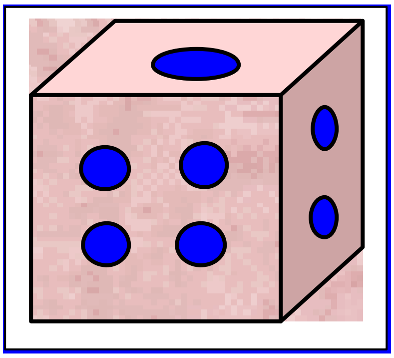
PELUANG

BAGIAN PROYEK PENGEMBANGAN KURIKULUM
DIREKTORAT PENDIDIKAN MENENGAH KEJURUAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
2004

Kode MAT.07

Peluang





BAGIAN PROYEK PENGEMBANGAN KURIKULUM
DIREKTORAT PENDIDIKAN MENENGAH KEJURUAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
2004

Kode MAT. 07

Peluang

Penyusun:

Dra. Kusrini, M.Pd.

Editor:
Dr. Manuharawati, MSi.
Dra. Mega Teguh Budiyanto, M.Pd.

BAGIAN PROYEK PENGEMBANGAN KURIKULUM
DIREKTORAT PENDIDIKAN MENENGAH KEJURUAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
2004

Kata Pengantar

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa atas karunia dan hidayah-Nya, kami dapat menyusun bahan ajar modul manual untuk SMK Bidang Adaptif, yakni mata pelajaran Fisika, Kimia dan Matematika. Modul yang disusun ini menggunakan pendekatan pembelajaran berdasarkan kompetensi, sebagai konsekuensi logis dari Kurikulum SMK Edisi 2004 yang menggunakan pendekatan kompetensi *(CBT: Competency Based Training).*

Sumber dan bahan ajar pokok Kurikulum SMK Edisi 2004 adalah modul, baik modul manual maupun interaktif dengan mengacu pada Standar Kompetensi Nasional (SKN) atau standarisasi pada dunia kerja dan industri. Dengan modul ini, diharapkan digunakan sebagai sumber belajar pokok oleh peserta diklat untuk mencapai kompetensi kerja standar yang diharapkan dunia kerja dan industri.

Modul ini disusun melalui beberapa tahapan proses, yakni mulai dari penyiapan materi modul, penyusunan naskah secara tertulis, kemudian disetting dengan bantuan alat-alat komputer, serta divalidasi dan diujicobakan empirik secara terbatas. Validasi dilakukan dengan teknik telaah ahli (*expert-judgment*), sementara ujicoba empirik dilakukan pada beberapa peserta diklat SMK. Harapannya, modul yang telah disusun ini merupakan bahan dan sumber belajar yang berbobot untuk membekali peserta diklat kompetensi kerja yang diharapkan. Namun demikian, karena dinamika perubahan sain dan teknologi di industri begitu cepat terjadi, maka modul ini masih akan selalu dimintakan masukan untuk bahan perbaikan atau direvisi agar supaya selalu relevan dengan kondisi lapangan.

Pekerjaan berat ini dapat terselesaikan, tentu dengan banyaknya dukungan dan bantuan dari berbagai pihak yang perlu diberikan penghargaan dan ucapan terima kasih. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini tidak berlebihan bilamana disampaikan rasa terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya kepada berbagai pihak, terutama tim penyusun modul (penulis, editor, tenaga komputerisasi modul, tenaga ahli desain grafis) atas dedikasi, pengorbanan waktu, tenaga, dan pikiran untuk menyelesaikan penyusunan modul ini.

Kami mengharapkan saran dan kritik dari para pakar di bidang psikologi, praktisi dunia usaha dan industri, dan pakar akademik sebagai bahan untuk melakukan peningkatan kualitas modul. Diharapkan para pemakai berpegang pada azas keterlaksanaan, kesesuaian dan fleksibilitas, dengan mengacu pada perkembangan IPTEK pada dunia usaha dan industri dan potensi SMK dan dukungan dunia usaha industri dalam rangka membekali kompetensi yang terstandar pada peserta diklat.

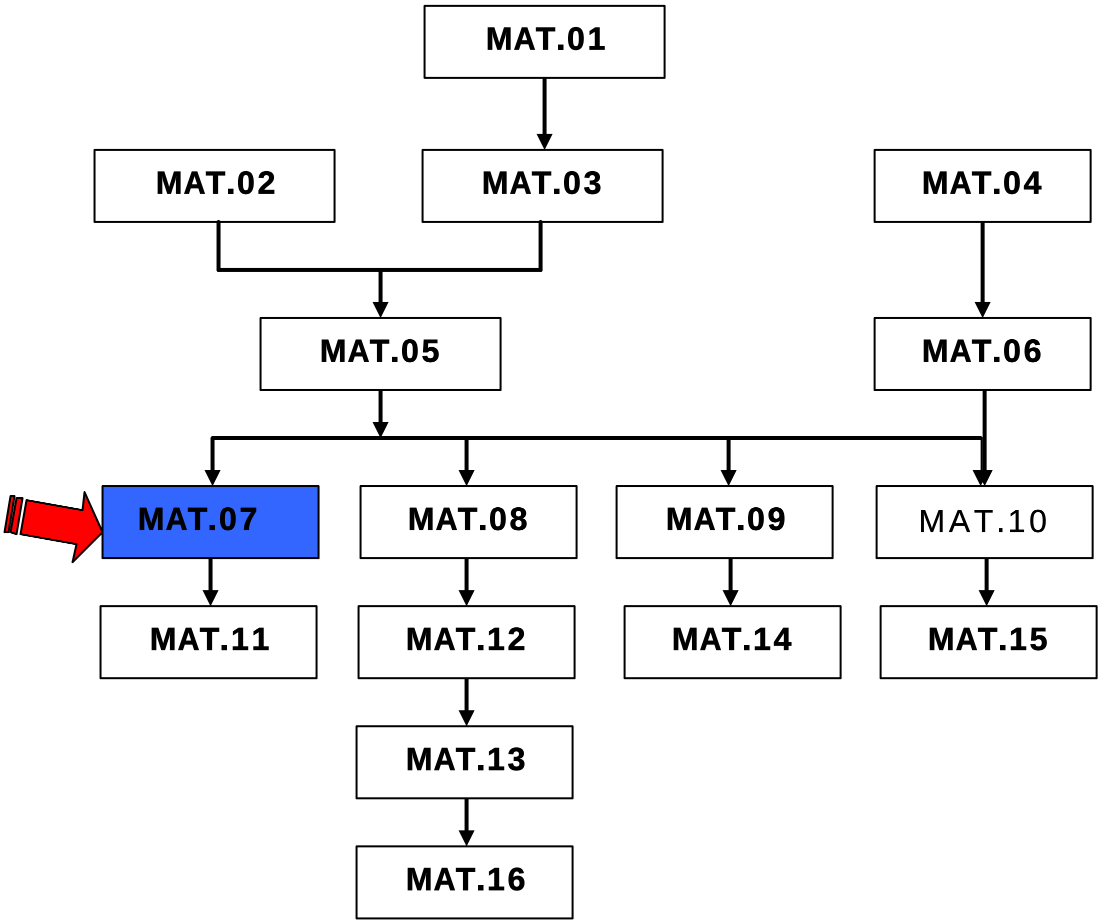
Demikian, semoga modul ini dapat bermanfaat bagi kita semua, khususnya peserta diklat SMK Bidang Adaptif untuk mata pelajaran Matematika, Fisika, Kimia, atau praktisi yang sedang mengembangkan modul pembelajaran untuk SMK.

Jakarta, Desember 2004
a. n. Direktur Jenderal Pendidikan
Dasar dan Menengah
Direktur Pendidikan Menengah Kejuruan,

Dr. Ir. Gatot Hari Priowirjanto, M. Sc.
NIP 130 675 814

DAFTAR ISI

PETA KEDUDUKAN MODUL



Daftar Judul Modul

No.	Kode Modul	Judul Modul
1	MAT.01	Matrik
2	MAT.02	Logika Matematika
3	MAT.03	Persamaan dan Pertidaksamaan
4	MAT.04	Geometri Dimensi Dua
5	MAT.05	Relasi Dan Fungsi
6	MAT.06	Geometri Dimensi Tiga
7	MAT.07	Peluang
8	MAT.08	Bilangan Real
9	MAT.09	Trigonometri
10	MAT.10	Irisan Kerucut
11	MAT.11	Statistika
12	MAT.12	Barisan
13	MAT.13	Aproksimasi Kesalahan
14	MAT.14	ProgramLinier
15	MAT.15	Vektor
16	MAT.16	Matematika Keuangan

Glossary

ISTILAH	KETERANGAN
Perkalian	Jika suatu prosedur dapat dinyatakan dalam n_1 cara berbeda dan dilanjutkan dengan prosedur kedua yang dapat dinyatakan dengan n_2 cara berbeda dan dilanjutkan dengan prosedur ketiga yang dinyatakan dengan n_3 cara berbeda dan seterusnya, maka banyak cara prosedur-prosedur tersebut dapat dinyatakan dengan hasil kali $n_1.n_2.n_3$...
Faktorial	Hasil kali dari bilangan-bilangan bulat positif dari 1 sampai dengan n, yaitu 1.2.3. … (n-2).(n-1).n sering digunakan dalam matematika yang diberi notasi n! (dibaca n faktorial). Jadi 1.2.3. … (n-2).(n-1).n = n!.
Permutasi	Suatu susunan n objek dalam urutan tertentu. Susunan sembarang r obyek (r ? n) dari n objek dalam urutan tertentu disebut permutasi r atau permutasi r objek dari n objek yang diketahui.
Kombinasi	Suatu kombinasi r objek dari n objek, adalah pemilihan r objek dari n objek yang urutannya tidak diperhatikan (tanpa memperhatikan urutannya). Jadi susunan ab dianggap sama dengan ba.
Permutasi dengan perkalian.	Banyaknya permutasi dari n obyek yang dari padanya terdapat n_1 obyek sama, n_2.
Kejadian saling bebas.	Suatu kejadian B dikatakan independen (bebas) dari kejadian A jika peluang terjadinya B tidak terpengaruh oleh terjadi atau tidaknya kejadian A, atau jika peluang dari B sama dengan peluang bersyarat dari B dengan syarat A, yaitu : P(B) = P(B/A)
Eksperimen	Prosedur yang dijalankan pada kondisi tertentu, dimana kondisi itu dapat diulang-ulang beberapa kali pada kondisi yang sama, dan setelah prosedur itu selesai berbagai hasil dapat diamati.
Peluang	Tiap-tiap elemen S dianggap mempunyai kemungkinan sama untuk terjadi.
Kepastian	suatu kejadian yang pasti terjadi, dan peluangnya sama dengan 1.
Kemustahilan	Jadi suatu kemustahilan adalah suatu kejadian yang mustahil terjadi, dan peluangnya sama dengan 0.

BAB I. PENDAHULUAN

A. Deskripsi

Dalam modul ini anda akan mempelajari 3 kegiatan belajar. Kegiatan belajar 1 adalah **kaidah pencacahan**, kegiatan belajar 2 adalah **peluang suatu kejadian,** dan kegiatan belajar 3 adalah **frekuensi harapan, kejadian yang saling bebas dan kejadian yang saling lepas**. Dalam kegiatan belajar 1, yaitu kaidah pencacahan, akan diuraikan mengenai perkalian, faktorial, permutasi r obyek dari n obyek, permutasi n obyek, dan kombinasi r obyek dari n obyek beserta penggunaannya dalam menyelesaikan masalah. Dalam kegiatan belajar 2, yaitu peluang suatu kejadian, akan diuraikan mengenai ruang sampel beserta titik sampel, kejadian, peluang suatu kejadian, kepastian dan kemustahilan. Dalam kegiatan belajar 3, akan diuraikan mengenai frekuensi harapan, kejadian yang saling bebas, dan kejadian yang saling lepas.

B. Prasyarat

Prasyarat untuk mempelajari modul ini adalah teori himpunan elementer, yaitu tentang himpunan, keanggotaan, operasi dalam himpunan, dan relasi antar himpunan. Semua materi prasyarat tersebut terdapat dalam modul relasi dan fungsi.

C. Petunjuk Penggunaan Modul.

Untuk mempelajari modul ini, hal-hal yang perlu anda lakukan adalah sebagai berikut:

1. Pelajari daftar isi serta skema modul dengan cermat, karena daftar isi dan skema akan menuntun anda dalam mempelajari modul ini dan kaitannya dengan modul-modul yang lain.

2. Untuk mempelajari modul ini haruslah berurutan, karena materi yang mendahului merupakan prasyarat untuk mempelajari materi berikutnya.
3. Pahamilah contoh-contoh soal yang ada, dan kerjakanlah semua soal latihan yang ada. Jika dalam mengerjakan soal anda menemui kesulitan, kembalilah mempelajari materi yang terkait.
4. Kerjakanlah soal evaluasi dengan cermat. Jika anda menemui kesulitan dalam mengerjakan soal evaluasi, kembalilah mempelajari materi yang terkait.
5. Jika anda mempunyai kesulitan yang tidak dapat anda pecahkan, catatlah, kemudian tanyakan kepada guru pada saat kegiatan tatap muka atau bacalah referensi lain yang berhubungan dengan materi modul ini. Dengan membaca referensi lain, anda juga akan mendapatkan pengetahuan tambahan.

D. Tujuan Akhir.

Setelah mempelajari modul ini diharapkan Anda dapat:

1. Menggunakan kaidah pencacahan dalam memecahkan masalah,
2. Menggunakan rumus permutasi untuk memecahkan masalah,
3. Menggunakan rumus kombinasi untuk memecahkan masalah,
4. Mencari besarnya peluang suatu kejadian,
5. Menentukan kepastian dan kemustahilan suatu kejadian,
6. Menentukan frekuensi harapan suatu kejadian,
7. Menentukan apakah dua kejadian saling lepas,
8. Menentukan apakah dua kejadian saling bebas.

E. Kompetensi

KOMPETENSI : PELUANG
PROGRAM KEAHLIAN : Program adaptif
Mata Diklat/Kode : MATEMATIKA/MAT 07
DURASI PEMBELAJARAN : 24 Jam @ 45 menit

SUB KOMPETENSI	KRITERIA KINERJA	LINGKUP BELAJAR	MATERI POKOK PEMBELAJARAN		
			SIKAP	PENGETAHUAN	KETERAMPILAN
1. Mendiskripsikan kaidah pencacahan, permutasi dan kombinasi.	? Kaidah pencacahan, permutasi dan kombinasi digunakan untuk menentukan banyaknya cara.	? Kaidah pencacahan, permutasi dan kombinasi.	? Kritis dan logis dalam menyelesaikan masalah peluang.	? Kaidah pencacahan. ? Faktorial. ? Permutasi dari n unsur. ? Kombinasi dari n unsur. ? Penggunaan permutasi dan kombinasi dalam menyelesaikan masalah kejuruan.	? Membedakan permutasi dan kombinasi suatu kejadian.
2. Menghitung peluang suatu kejadian.	? Peluang suatu kejadian dihitung dengan menggunakan rumus.	? Peluang suatu kejadian.	? Kritis dan logis dalam menyelesaikan masalah peluang.	? Peluang suatu kejadian. ? Kepastian dan kemustahilan. ? Frekuensi harapan suatu kejadian. ? Peluang kejadian saling lepas. ? Peluang kejadian saling bebas.	? Memahami dan mampu menyelesaikan masalah peluang suatu kejadian.

F. Cek kemampuan

Kerjakanlah soal-soal berikut ini, jika anda dapat mengerjakan sebagian atau semua soal berikut ini, maka anda dapat meminta langsung kepada instruktur atau guru untuk mengerjakan soal-soal evaluasi untuk materi yang telah anda kuasai pada BAB III.

1. Jelaskan kapan digunakannya kaidah perkalian!
2. Apakah n faktorial itu?
3. Jelaskan apa yang disebut dengan permutasi r obyek dari n obyek? Bagaimanakah rumusnya?
4. Jelaskan apa yang disebut dengan permutasi n obyek? Bagaimanakah rumusnya?
5. Pada kejadian yang bagaimana digunakan rumus permutasi ?
6. Jelaskan apa yang disebut dengan kombinasi r obyek dari n obyek? Bagaimanakah rumusnya?
7. Pada kejadian yang bagaimanakah digunakan rumus kombinasi?
8. Apakah perbedaan antara permutasi dan kombinasi?
9. Apakah yang disebut dengan peluang suatu kejadian?
10. Apakah yang disebut dengan kepastian, dan apa pula yang disebut dengan kemustahilan?
11. Bagaimanakah cara mencari harapan terjadinya suatu peristiwa?
12. Kapankah dua kejadian dikatakan saling bebas?
13. Kapankah dua kejadian dikatakan saling lepas?
14. Apakah dua kejadian yang saling lepas tentu bebas?
15. Apakah dua kejadian yang saling bebas tentu lepas?

BAB II. PEMBELAJARAN

A. Rencana Belajar Peserta Diklat

Kompetensi : Menerapkan konsep peluang.
Sub Kompetensi : - Mendeskripsikan kaidah pencacahan
- Menghitung peluang suatu kejadian

Tulislah semua jenis kegiatan yang anda lakukan di dalam tabel kegiatan di bawah ini. Jika ada perubahan dari rencana semula, berilah alasannya kemudian mintalah tanda tangan kepada guru atau instruktur anda.

Jenis Kegiatan	Tanggal	Waktu	Tempat Belajar	Alasan perubahan	Tandatangan Guru

B. KEGIATAN BELAJAR

1. Kegiatan Belajar 1: Kaidah Pencacahan

a. Tujuan Kegiatan Pembelajaran

Setelah mempelajari kegiatan belajar ini, diharapkan anda dapat:

- ✍ Memahami dan menggunakan perkalian untuk menyelesaikan masalah.
- ✍ Memahami dan menggunakan faktorial dalam menyelesaikan masalah.
- ✍ Menyebutkan definisi permutasi r unsur dari n unsur dan menggunakannya dalam pemecahan masalah.
- ✍ Menyebutkan definisi permutasi n unsur dan menggunakannya dalam pemecahan masalah.
- ✍ Menyebutkan definisi kombinasi r unsur dari n unsur dan menggunakannya dalam pemecahan masalah.
- ✍ Membedakan penggunaan permutasi dan kombinasi suatu kejadian.

b. Uraian Materi

PERKALIAN

Misal suatu plat nomor sepeda motor terdiri atas dua huruf berbeda yang diikuti tiga angka dengan angka pertama bukan 0. Berapa banyak plat nomor berbeda yang dapat dibuat?

Huruf pertama dapat dipilih dari 26 huruf berbeda,

Huruf kedua dapat dipilih dari 25 huruf berbeda,

Angka pertama dapat dipilih dari 9 angka berbeda,

Angka kedua dapat dipilih dari 10 angka berbeda,

Angka ketiga dapt dipilih dari 10 angka berbeda.

Jadi ada 26 ? 25 ? 9 ? 10 ? 10 ? 585.000 plat nomor berbeda yang dapat dibuat.

Secara umum

Jika suatu prosedur dapat dibentuk dalam n_1 cara berbeda, prosedur berikutnya, yaitu prosedur kedua dapat dibentuk dalam n_2 cara berbeda, prosedur berikutnya, yaitu prosedur ketiga dapat dibentuk dalam n_3 cara berbeda, dan seterusnya, maka banyak cara berbeda prosedur tersebut dapat dibentuk adalah n_1 ? n_2 ? n_3 ? . . .

FAKTORIAL

Hasil kali dari bilangan-bilangan bulat positif dari 1 sampai dengan n, yaitu 1.2.3. ... (n-2).(n-1).n sering digunakan dalam matematika yang diberi notasi n! (dibaca n faktorial).

Jadi 1.2.3. ... (n-2).(n-1).n = n!

1.2.3. ... (n-2)(n-1)n = n(n-1)(n-2) ... 3.2.1, sehingga

$$\boxed{n! = n(n-1)(n-2) \ldots 3.2.1.}$$

Selanjutnya didefinisikan: $\boxed{1! = 1 \text{ dan } 0\,! = 1}$

Contoh 1

1) 2! = 1.2 = 2.1 = 2
2) 5! = 1.2.3.4.5 = 5.4.3.2.1 = 120
3) 6! = 6.5.4.3.2.1 = 6.5!
4) $\frac{7!}{6!} \; ? \; \frac{7.6!}{6!} \; ? \; 7$
5) $\frac{8!}{6!} \; ? \; \frac{8.7.6!}{6!} \; ? \; 56$

PERMUTASI

Suatu susunan n objek dalam urutan tertentu disebut suatu permutasi dari n objek tersebut. Susunan sembarang r obyek ($r \leq n$) dari n objek dalam urutan tertentu disebut permutasi r atau permutasi r objek dari n objek yang diketahui.

Contoh 2

Perhatikan huruf-huruf a, b, c dan d

Maka:

1) bdca, dcba dan acdb merupakan beberapa permutasi dari 4 huruf.
2) bad, adb, dan bca merupakan beberapa permutasi 3 huruf dari 4 huruf yang diketahui.
3) ad, cb, da, dan bd merupakan beberapa permutasi 2 huruf dari 4 huruf yang diketahui.

Banyaknya permutasi r obyek dari n obyek dinotasikan dengan **P(n,r)**

Elemen pertama dari permutasi n objek dapat dipilih dalam n cara yang berbeda, berikutnya elemen kedua dalam permutasi dapat dipilih dalam n-1 cara, dan berikutnya elemen ketiga dalam permutasi dapat dipilih dalam n-2 cara. Begitu seterusnya, dengan cara yang sama, kita dapatkan elemen ke-2 (elemen yang terakhir) dalam permutasi r objek dapat dipilih dalam n – (r – 1) cara atau n – (r – 1) = n – r + 1 cara.

Teorema 1

P(n,r) = n(n-1)(n-2) ...(n-r+1)

atau

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Membuktikan (n(n-1)(n-2) …. (n-r+1) = $\frac{n!}{(n-r)!}$ adalah sebagai berikut:

$$n(n-1)(n-2) \ldots (n-r+1) = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1).(n-r)!}{(n-r)!} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Contoh 3

$$P(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = 60$$

Contoh 4

Ada 3 buah kelereng berwarna, kuning, hijau, dan biru dalam suatu kotak. Tanpa melihat terlebih dahulu, akan diambil 2 kelereng dari 3 kelereng dalam kotak tersebut. Ada berapa macam kelereng yang mungkin terambil?

Jawab

Banyak macam kelereng yang mungkin terambil adalah P(3,2) = 3 macam, yaitu kelereng berwarna
1. kuning dan hijau,
2. kuning dan biru,
3. hijau dan biru.

Jika r = n, maka didapatkan:

$$P(n,n) = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{n!}{0!} = \frac{n!}{1} = n!$$

Teorema Akibat

Ada n! permutasi dari n objek

atau:

$$\boxed{P(n,n) = n!}$$

Contoh 5

Ada 3 orang akan membeli makanan. Penjual melayani satu demi satu secara berurutan. Ada berapa macam urutan pada waktu melayani 3 orang pembeli tersebut?

Jawab

Misal ketiga orang tersebut adalah A, B, dan C.

Banyak urutan pada waktu melayani ketiga orang tersebut adalah P(3,3) = 3 ! = 3.2.1 = 6 urutan.

Urutan dalam melayani tersebut adalah: ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, dan CBA.

PERMUTASI DENGAN PENGULANGAN

Kadang-kadang kita ingin mengetahui banyaknya permutasi dari objek-objek yang beberapa di antaranya sama. Untuk itu digunakan teorema seperti berikut ini.

Teorema 2

Banyaknya permutasi dari n objek yang terdiri atas n_1 objek sama, n_2 objek sama, ... ,n_r objek sama adalah:

$$\frac{n!}{n_1!.n_2!...n_r!}$$

Andaikan kita ingin membentuk semua kemungkinan dari 5 huruf yang terdapat pada kata MAMMI. Dalam kata MAMMI terdapat huruf yang sama, yaitu M sebanyak 3 buah. Jika ketiga huruf M tersebut dibedakan, yaitu M_1, M_2, dan M_3, maka ada 5 ! = 5.4.3.2.1 = 120 permutasi dari huruf-huruf M_1, A, M_2, M_3, I.

Perhatikan keenam permutasi berikut ini:

$M_1M_2M_3AI$ $M_1M_3M_2AI$ $M_2M_1M_3AI$ $M_2M_3M_1AI$

$M_3M_1M_2AI$ $M_3M_2M_1AI$

Jika indeksnya dihapus, maka keenam permutasi tersebut menjadi sama. Keenam permutasi tersebut berasal dari kenyataan bahwa ada 3 ! = 6 cara yang berbeda dari penempatan tiga M dalam posisi pertama pada permutasi. Oleh karena itu ada $\frac{5!}{3!} ? \frac{120}{6} ? 20$ permutasi yang dapat dibentuk oleh 5 huruf dari kata “MAMMI” tersebut.

<u>Contoh 6</u>

Hitunglah banyaknya permutasi yang berbeda yang dapat dibentuk dari semua huruf pada tiap kata berikut ini.

1) PERMUTASI
2) EKSAKTA
3) MATEMATIKA

<u>Jawab</u>

1) Kata “PERMUTASI” yang terdiri atas 9 huruf yang berbeda. Maka banyaknya permutasi dari ke-9 huruf yang terdapat dalam kata “PERMUTASI” = 9 ! = 322880.
2) Kata “EKSAKTA” terdiri atas 7 huruf. Ternyata di antaranya ada yang sama, yaitu huruf K (sebanyak 2 buah) dan huruf A (sebanyak 2 buah). Maka banyaknya permutasi ke-7 huruf pada kata “EKSAKTA” adalah $\frac{7!}{2!2!} ? \frac{7.6.5.4.3}{2} ? 1260$
3) Kata “MATEMATIKA” terdiri dari 10 huruf, dan di antaranya ada huruf yang sama, yaitu huruf A (3 buah), huruf T (2 buah), dan M (2 buah). Maka banyaknya permutasi dari ke-10 huruf pada kata “MATEMATIKA” = $\frac{10!}{3!2!2!} ? \frac{10.9.8.7.6.5.4}{2} ? 3022400$

KOMBINASI

Misalkan kita mempunyai sebuah kumpulan n objek. Suatu kombinasi r objek dari n objek, adalah pemilihan r objek dari n objek yang urutannya tidak diperhatikan (tanpa memperhatikan urutannya). Jadi susunan ab dianggap sama dengan ba.

Notasi banyak kombinasi r objek dari n objek adalah:

$$C(n, r) \text{ atau } \binom{n}{r} \text{ atau } C_r^n$$

Contoh 7

Banyaknya kombinasi 3 huruf dari huruf a, b, c dan d adalah: abc, abd, acd, bcd. acd, bcd. Perhatikan bahwa kombinasi-kombinasi abc, acb, bca, cab, cba, ternyata terdiri dari huruf-huruf yang sama, yaitu a, b dan c. Karenanya dianggap sebagai satu kombinasi. Jadi banyaknya kombinasi 3 huruf dari huruf a, b, c, d adalah:

$$C(n, r) = C(4, 3) = \binom{4}{3} = 4$$

Ternyata banyaknya kombinasi 3 huruf dari 4 huruf a, b, c, d adalah 4, dan bahwa tiap kombinasi yang terdiri dari 3 huruf itu menentukan 6 permutasi (= 3!) dari huruf-huruf dalam kombinasi. Tentukan 6 permutasi (= 3!) dari huruf-huruf dalam kombinasi. Perhatikan diagram berikut:

Kombinasi	Permutasi
abc	abc, acb, bac, bca, cab, cba
abd	abd, adb, bad, bda, dab, dba
acd	acd, adc, cad, cda, dac, dca
bcd	bcd, bdc, cdb, cbd, dbc, dcb

Jadi bila banyaknya kombinasi 3 huruf dari 4 huruf dikalikan dengan 3! maka hasilnya sama dengan banyaknya permutasi 3 huruf dari 4 huruf.

$$C(4, 3).3\,! = P(4, 3)$$

Atau:

$$C(4, 3) = \frac{P(4,3)}{3!}$$

Karena banyak kombinasi r objek dari n objek menentukan r! permutasi dari objek-objek tersebut, kita dapat menyimpulkan bahwa:

$$P(n, r) = r!\,C(n, r)$$

Atau C(n,r) = $\boxed{\binom{n}{r} = \frac{P(n,r)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}}$

Ingat bahwa $P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$

Contoh 8

Jika dari suatu kepengurusan suatu organisasi yang terdiri dari 8 orang ingin membentuk pengurus inti 3 orang sebagai Ketua, Sekretaris, dan Bendahara, maka dapat dibentuk:

$$C(8, 3) = \binom{8}{3} = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8!}{3!5!} = \frac{8.7.6.5.4.3.2.1}{(3.2.1)(5.4.3.2.1)} = \frac{8.7.6}{6}$$

= 56 pengurus inti yang berbeda

Teorema 3

C(n, n-r) = C(n, r)

Bukti:

$$C(n, n-r) = \frac{n!}{(n-r)!(n-(n-r))!} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!} = C(n, n-r)$$

Terbukti: C(n, n-r) = C(n, r)

Teorema 4

C(n + 1, r) = C(n, r-1) + C(n, r)

Bukti:

C(n+1, r) = $\dfrac{(n ? 1)!}{r!(n ? 1 ? r)!} ? \dfrac{(n ? 1)!}{r!(n ? (r ? 1))!}$

C(n, r-1) = $\dfrac{n!}{(r ? 1)!(n ? (r ? 1))!} ? \dfrac{n!r}{r!(n ? (r ? 1))!}$

C(n, r) = $\dfrac{n!}{r!(n ? r)!} ? \dfrac{n!(n ? r ? 1)}{r!(n ? (r ? 1))!}$

C(n, r-1) + C(n, r) = $\dfrac{n!r}{r!(n ? (r ? 1))!} ? \dfrac{n!(n ? r ? 1)}{r!(n ? (r ? 1))!}$

$= \dfrac{n!}{r!(n ? (r ? 1))!}(r ? (n ? r ? 1))$

$= \dfrac{n!}{r!(n ? (r ? 1))!}(n ? 1)$

$= \dfrac{(n ? 1)!}{r!(n ? (r ? 1))!} \; ? \; C(n ? 1, r)$

Terbukti: C(n+1, r) = C(n, r-1) + C(n, r)

<u>Contoh 9</u>

1) C(5, 3) = $\dfrac{5!}{3!2!} ? 10$

C(5, 2) = $\dfrac{5!}{3!2!} ? 10$

Jadi: C(5, 3) = C(5, 2)

2) C(6, 4) = $\dfrac{6!}{4!2!} ? 15$

$C(5, 3) = \frac{5!}{3!2!} ? 10$; $\quad C(5, 4) = \frac{5!}{4!1!} ? 5$

Jadi: $\quad C(5, 3) + C(5, 4) = 10 + 5 = 15 = C(6, 4)$

c. Rangkuman 1

KAIDAH PENCACAHAN

Perkalian

Jika suatu prosedur dapat dinyatakan dalam n_1 cara berbeda dan dilanjutkan dengan prosedur kedua yang dapat dinyatakan dengan n_2 cara berbeda dan dilanjutkan dengan prosedur ketiga yang dinyatakan dengan n_3 cara berbeda dan seterusnya, maka banyak cara prosedur-prosedur tersebut dapat dinyatakan dengan hasil kali $n_1.n_2.n_3...$

Faktorial

Hasil kali dari bilangan-bilangan bulat positif dari 1 sampai dengan n, yaitu 1.2.3...(n - 2).(n - 1).n sering digunakan dalam matematika, yang diberi notasi n! (dibaca n faktorial). Jadi 1.2.3...(n - 2) (n - 1).n = n!
1.2.3...(n - 2) (n - 1)n = n(n - 1) (n - 2) ... 3.2.1. Sehingga n! = n(n - 1) (n - 2) ... 3.2.1.
Dalam hal ini **didefinisikan** : 1! = 1 dan 0! = 1.

Permutasi

Suatu susunan dari sekumpulan n obyek dalam suatu urutan yang tertentu disebut suatu permutasi dari n obyek tersebut. Susunan dari sebarang r < n dari obyek tersebut dalam urutan yang tertentu disebut suatu permutasi r obyek dari n obyek yang diketahui.

Permutasi dengan Pengulangan

Banyaknya permutasi dari n obyek yang dari padanya terdapat n_1 obyek sama, n_2
obyek sama, ..., n_r obyek sama adalah :

$$\frac{n!}{n_1!.n_2! \ldots n_r!}$$

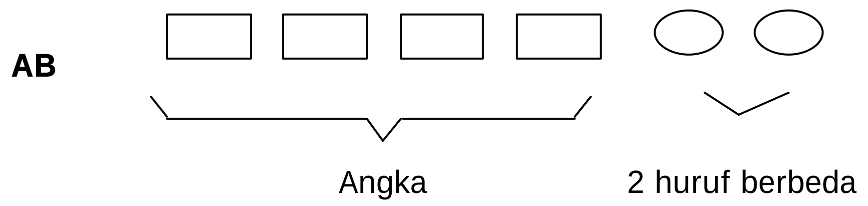
Kombinasi

Misalkan kita mempunyai sebuah kumpulan n obyek. Suatu kombinasi r obyek dari n obyek, adalah pemilihan r obyek dari n obyek dimana urutan tidak diperhatikan. Jadi susunan ab dianggap sama dengan ba.
Notasi kombinasi r obyek dari n obyek adalah :

$$C(n\ ,\ r) \text{ atau } \left(\frac{n}{r}\right) \text{ atau } {}^{n}_{r}C$$

d. Tugas 1

1) Di kelas matematika, ada 24 peserta pelatihan. Berturut-turut akan dipilih seorang Ketua kelas, Sekretaris, dan Bendahara. Ada berapa banyak pasangan (Ketua kelas, Sekretaris, Bendahara) yang dapat dipilih?
2) Plat sepeda motor di Daerah Istimewa Jogjakarta adalah:



Dalam sehari, PT SURYA -CANDRA dapat membuat 500 plat nomor yang berbeda. Berapa hari yang diperlukan oleh PT SURYA-CANDRA untuk membuat plat nomor sepeda motor Daerah Istimewa Jogjakarta seluruhnya?

3) Di meja ada 4 macam makanan, yaitu donat, pisang goreng, tahu goreng, dan lemper. Seorang anak hanya diperbolehkan mengambil 2 jenis makanan. Berapa banyak cara yang mungkin dalam pengambilan itu?
4) Bu Brata mempunyai sebuah kopor dengan kunci kombinasi 3 angka. Waktu akan membukanya, dia lupa nomor kodenya. Dia minta tolong pada pak Brata untuk membukanya. Jika 1 kombinasi kunci memerlukan waktu 3 detik, berapa lama waktu yang diperlukan pak Brata untuk membukanya?
5) Pada sebuah pesta, dalam berapa cara 7 orang dapat duduk dalam satu baris dengan 7 kursi?
6) Dari 7 orang pada soal nomor 5), dipanggil berturut-turut 2 orang untuk mendapatkan hadiah. Ada berapa banyak pilihan dalam pemanggilan itu?
7) a. Dalam berapa cara 3 pria dan 2 wanita dapat duduk dalam satu baris?
   b. Ada berapa cara bagi mereka untuk dapat duduk dalam suatu baris jika ketiga pria dan kedua wanita tersebut masing-masing duduk berdampingan.
8) Di kelas matematika, ada 24 peserta pelatihan. Akan dipilih 3 orang untuk menjadi Ketua kelas, Sekretaris, dan Bendahara sebagai pengurus inti. Ada berapa banyak pengurus inti yang dapat dibentuk?
9) Ada 6 bendera terdiri atas 4 bendera merah dan 2 bendera biru. Ada berapa cara ke enam bendera tersebut dapat disusun dalam satu deretan?
10) Dalam ujian, seorang siswa disuruh menjawab 8 soal dari 10 soal yang diajukan.
    a. Berapa banyak pilihan yang dia punyai?
    b. Jika harus menjawab 3 soal yang pertama, berapa banyak pilihan yang dia punyai?
11) Berapakah banyak cara dalam pemilihan suatu pengurus inti yang terdiri atas 3 pria dan 2 wanita dari 7 pria dan 5 wanita?
12) Berapakah $\frac{(n ? 2)!}{n!}$?

13) Berapakah banyaknya cara, jika 3 orang dari kota Surabaya, 4 orang dari Jakarta dan 2 orang dari Bandung duduk dalam satu baris sehingga yang sekota duduk berdampingan?
14) Berapakah banyaknya permutasi yang dapat dibentuk dari semua huruf pada kata “ALJABAR”?

e. Tes Formatif 1

Kerjakanlah soal-soal berikut dengan cermat!

1. Sebuah kopor mempunyai kunci kombinasi yang terdiri atas 3 angka dari 0 sampai dengan 5. Berapakah banyak kombinasi yang mungkin?
2. Ada 6 orang yang akan antri untuk membeli tiket bioskop. Berapakah banyak cara ke 6 orang tersebut antri ?
3. Dari suatu kelas yang terdiri atas 20 siswa secara acak ditunjuk 2 siswa untuk mewakili kelas tersebut untuk diuji kemampuan mengoperasikan komputer. Berapa banyak cara menunjuk 2 siswa tersebut?

f. Kunci Jawaban Tes Formatif 1

1. Ada 3 angka, dan masing-masing angka pilihannya dari 0 sampai 5(ada 6 pilihan). Jadi ada 6 X 6 X 6 = 216 kombinasi.
2. Ada 6 orang yang akan antri. Karena dalam antri mengandung makna urutan , maka dalam perhitungannya menggunakan permutasi. Jadi ada 6! = 6 X 5 X 4 X 3 X 2 X 1 = 720 cara.
3. Ada 20 siswa dan 2 siswa ditunjuk secara acak. Karena dalam penunjukan tidak ada makna urutan, maka perhitungannya menggunakan kombinasi. Jadi ada C(20,2) = 190 cara.

2. Kegiatan Belajar 2

a. Tujuan Kegiatan Pembelajaran

Setelah mempelajari kegiatan belajar ini, diharapkan anda dapat:

- ✍ Menentukan ruang sampel, titik sampel, dan kejadian.
- ✍ Mencari besarnya peluang suatu kejadian.
- ✍ Menentukan apakah suatu kejadian merupakan kepastian atau kemustahilan.

b. Uraian Materi

RUANG SAMPEL, TITIK SAMPEL, DAN KEJADIAN

Dari pandangan intuitif, peluang terjadinya suatu peristiwa atau kejadian adalah nilai yang menunjukkan seberapa besar kemungkinan peristiwa itu akan terjadi. Misalnya, peluang yang rendah menunjukkan kemungkinan terjadinya peristiwa itu sangat kecil.

Konsep peluang berhubungan dengan pengertian eksperimen yang menghasilkan "hasil" yang tidak pasti. Artinya eksperimen yang diulang-ulang dalam kondisi yang sama akan memberikan "hasil" yang dapat berbeda-beda. Istilah eksperimen yang kita gunakan disini tidak terbatas pada eksperimen dalam laboratorium. Melainkan, eksperimen kita artikan sebagai prosedur yang dijalankan pada kondisi tertentu, dimana kondisi itu dapat diulang-ulang beberapa kali pada kondisi yang sama, dan setelah prosedur itu selesai berbagai hasil dapat diamati.

Himpunan S dari semua hasil yang mungkin dari suatu eksperimen yang diberikan disebut *ruang sampel.* Suatu hasil yang khusus, yaitu suatu elemen dalam S, disebut suatu *titik sampel*. Suatu kejadian A adalah suatu himpunan bagian dari ruang sampel S. kejadian { a } yang terdiri atas suatu titik sampel tunggal a?S disebut suatu *kejadian yang elementer (sederhana)*. Notasi yang biasa digunakan adalah sebagai berikut.

Untuk ruang sampel: S.

Untuk kejadian huruf-huruf capital, seperti : A, B, ..., X, Y, Z.

Untuk titik sampel, huruf-huruf kecil, seperti a, b, ..., y, z atau dengan : a_1, a_2, ...x_1, x_2, ..., x_n ...

Contoh 1

Eksperimen : Melambungkan sebuah dadu satu kali dan dilihat banyaknya mata dadu yang tampak/muncul (yang di atas).

Ruang sampel : Dadu mempunyai 6 sisi, dan masing-masing sisi bermata satu, dua, tiga, empat,lima dan enam. Himpunan semua hasil yang mungkin dari lambungan tersebut adalah : {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Jadi ruang sampelnya : S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Titik sampel : Titik sampel merupakan suatu elemen dari ruang sampel S. elemen-elemen dari S adalah : 1, 2, 3, 4, 5, 6. jadi titik sampelnya : 1 atau 2 atau 3 atau 4 atau 5 atau 6.

Kejadian : Kejadian merupakan himpunan bagian dari ruang sampel.

Misalkan:

A = kejadian bahwa muncul mata genap

B = kejadian bahwa muncul mata ganjil

C = kejadian bahwa muncul mata prima

Maka:

A = {2, 4, 6} ; B = {1, 3, 5} ; C = {2, 3, 5}

Kejadian yang elementer sederhana adalah kejadian yang terdiri atas satu titik sampel.

Misalkan:

D = kejadian bahwa muncul mata prima yang genap. Maka D = {2}

Contoh 2

Eksperimen : Melambungkan sebuah mata uang tiga kali dan dilihat deretan dari sisi muka (M) dan sisi belakang (B) yang tampak.

Ruang sampel : Satu mata uang dilambungkan tiga kali. Maka kemungkinan sisi yang tampak adalah : MMM, MMB, MBM, MBB, BMM, BMB, BBM,BBB.

Jadi ruang sampelnya:

S = {MMM, MMB, MBM, MBB, BMM, BMB, BBM, BBB}

Titik sampel : Merupakan elemen dari ruang sampel S. jadi titik sampelnya : MMM, MMB, MBB, MBM, BMM, BMB, BBM, BBB.

Kejadian : Merupakan himpunan bagian dari ruang sampel S.

Misalkan :

A = kejadian muncul 2 sisi M atau lebih

B = kejadian bahwa ketiga lambungan menghasilkan sisi yang sama

Maka :

A = {MMM, MMB, MBM, BMM}

B = {MMM, BBB}.

Kejadian yang **elementer/sederhana** adalah kejadian yang terdiri atas satu titik sampel.

Misalkan C = kejadian bahwa dari tiga lambungan muncul sisi M semua.

Maka C = { MMM }

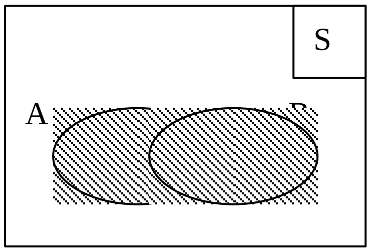
Kita dapat mengkombinasikan kejadian-kejadian untuk membentuk kejadian-kejadian baru dengan menggunakan berbagai operasi himpunan.

Definisi

1) A ? B merupakan kejadian/peristiwa yang terjadi jika kejadian A terjadi *atau* B terjadi *atau* keduanya terjadi
2) A ? B merupakan kejadian yang terjadi jika A terjadi *dan* B terjadi
3) A^c, yaitu komplemen dari A, adalah kejadian yang terjadi jika A tidak terjadi.

Dengan diagram Venn dapat disajikan sebagai berikut:

Gambar yang diarsir adalah gambar A ? B



Contoh 3

Kita lihat kembali contoh 1.

Eksperimen : melambungkan sebuah dadu dan diperhatikan jumlah mata yang tampak/muncul (pada sisi yang terletak di atas).

Ruang sampel S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

B = kejadian tampak/ muncul mata ganjil = {1, 3, 5}

C = kejadian tampak/muncul mata prima = {2, 3, 5}

Maka : Jika P kejadian tampak/muncul ganjil atau prima, P = B ? C = {1, 2, 3, 5}

Jika Q kejadian tampak/muncul mata ganjil dan prima,

Q = B ? C ={3, 5}

Jika R kejadian bahwa mata prima tidak tampak/muncul, maka

R = C^c = $\{2, 3, 5\}^c$ = {1, 4, 6}

DEFINISI PELUANG

Misal dalam eksperimen pelemparan/lambungan sebuah dadu diperhatikan banyaknya mata yang muncul. Misalkan A adalah kejadian bahwa muncul (tampak) mata genap. Maka S = {1, 2, 3, 4, 5, 6 }dan A = { 2, 4, 6 }.

Tiap-tiap elemen S dianggap mempunyai kemungkinan sama untuk terjadi. Hal yang penting dalam masalah ini adalah perbandingan antara banyaknya elemen dalam A, yaitu

n(A) dan banyaknya elemen dalam S, yaitu n(S) ; n(S) = 6.

$$\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{banyaknya\ elemen\ dalam\ A}{banyaknya\ elemen\ dalam\ S} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Angka perbandingan ini, yaitu $\frac{1}{2}$, dinamakan peluang/kemungkinan terjadinya kejadian A.

Definisi 1

Misalkan suatu ruang sampel S mempunyai elemen yang banyaknya berhingga, yaitu n(S) = N, dan tiap-tiap elemen dari S mempunyai kemungkinan sama untuk terjadi. Misalkan pula A adalah suatu kejadian (himpunan bagian dari S), yang mempunyai elemen sebanyak n(A). Maka peluang P bahwa kejadian A akan terjadi, didefinisikan sebagai :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

<u>Contoh 4</u>

Jika dua buah dadu dilambungkan bersama-sama satu kali, dan A kejadian bahwa jumlah mata yang muncul dari kedua dadu sama dengan 8. Kita lihat hasil yang mungkin dari lambungan kedua dadu tersebut.

Dadu II

Dadu I	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Titik sampelnya merupakan pasangan-pasangan mata yang muncul dari kedua dadu tersebut. Titik sampel (a,b) dimaksudkan a merupakan mata yang muncul pada dadu I dan b merupakan mata yang muncul pada dadu II.

Ruang sampel S = {(1,1), (1,2), (1,3), ... , (6,5), (6,6)} dan n(S) = 36

Kejadian A = kejadian bahwa jumlah mata yang muncul sama dengan 8

A = {(6,2), (5,3), (4,4), (3,5), (2,6)} dan n (A) = 5

Karena n(S) = 36 dan n(A) = 5, maka peluang terjadinya peristiwa/kejadian A adalah P(A) = $\frac{n(A)}{n(S)}$? $\frac{5}{36}$

Contoh 5

Sebuah kotak berisi 100 bola, diantaranya terdapat sebanyak 40 bola putih dan 60 bola merah. Semua bola dalam kotak dicampur. Kemudian dari dalam kotak tersebut diambil satu bola tanpa melihat terlebih dahulu. Misalkan, kejadian A adalah kejadian bahwa bola yang terambil putih dan B adalah kejadian bahwa bola yang terambil merah.

Maka

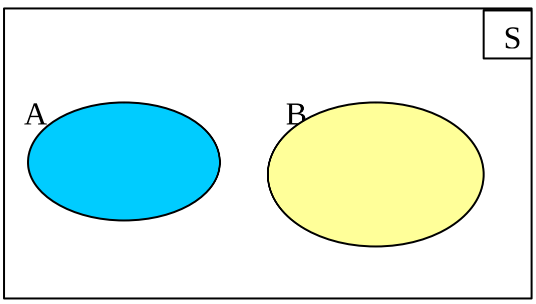
Peluang terjadinya kejadian A, yaitu P(A) :

P(A) = $\frac{banyak\ bola\ putih\ dalam\ kotak}{banyak\ bola\ dalam\ kotak}$? $\frac{40}{100}$? $\frac{2}{5}$

Peluang dari kejadian B, yaitu P(B) :

P(B) = $\frac{banyak\ bola\ merah\ dalam\ kotak}{banyak\ bola\ dalam\ kotak}$? $\frac{60}{100}$? $\frac{3}{5}$

Definisi 2



Dua kejadian A dan B yang tidak mempunyai elemen yang berserikat, yaitu A ? B = ? dinamakan dua kejadian yang saling asing (atau “disjoint”).

Contoh 6

Jika dua buah dadu dilambungkan satu kali, dan dilihat pasangan mata yang muncul/tampak.

A = kejadian bahwa jumlah mata yang muncul 8

B = kejadian bahwa jumlah mata yang muncul kurang dari 5

Maka:

$A = \{(6,2), (5,3), (4,4), (3,5), (2,6)\}$

$B = \{(1,1), (1,2), (2,1),(3,1), (2,2), (1,3)\}$

A ? B = ?

Jadi kejadian A dan B saling asing/disjoint.

Kita akan menganalisis konsep peluang dengan anggapan bahwa ruang sampel S memuat berhingga banyak hasil yang mungkin terjadi dan semuanya berkemungkinan sama untuk terjadi. Kemudian, untuk peluang kejadian A, kita gunakan definisi 1. Dengan dasar ini kita akan menyajikan beberapa aksioma peluang yang sangat penting, tanpa mengingat eksperimennya dan kemungkinan terjadinya tiap peristiwa yang ada tidak harus sama.

Definisi 3

Misal S adalah ruang sampel dan A adalah sebarang kejadian dalam S. Maka P disebut fungsi peluang pada ruang sampel S apabila dipenuhi aksioma-aksioma berikut.

(A_1). Untuk setiap kejadian A, $0 = P(A) = 1$

(A_2). $P(S) = 1$

(A_3). Jika A dan B dua kejadian yang *saling asing* maka :

P(A ? B) = P(A) + P(B)

(A). Jika A_1, A_2, ..., merupakan deretan kejadian yang saling asing maka:

P(A_1 ? A_2 ? ...) = P(A_1) + P(A_2) + ...

Contoh 7

Kita lihat kembali contoh 6 di muka:

A = {(6,2), (5,3), (4,4), (3,5), (2,6)}; n(A) = 5; P(A) = $\frac{5}{36}$

B = {(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (1,3), (3,1)}; n(B) = 6; P(B) = $\frac{6}{36}$

Karena A dan B saling asing (A ? B = ?), maka:

Menurut aksioma (A_3),

P(A ? B) = P(A) + P(B) = $\frac{5}{36} ? \frac{6}{36} ? \frac{11}{36}$

Selanjutnya, berdasarkan aksioma-aksioma tersebut dapat kita buktikan teorema-teorema berikut ini.

Teorema 1

P(?) = 0

Bukti :

Misalkan A sebarang kejadian (himpunan bagian dari S)

Maka A? ? = A

Dengan aksioma (A_3), P(A) = P(A ? ?) = P(A) + P(?)

Jadi P(A) = P(A) + P(?)

Kedua ruas dikurangi dengan P(A), didapatkan : P(?) = 0

Teorema 2

P(A^c) = 1 - P(A)

Bukti :

S = A ? A^c; di mana A dan A^c saling asing

Dari (A_2) : P(S) = 1

Karena S = A ? A^c, maka menurut aksioma (A_3)

1 = P(S) = P(A ? A^c) = P(A) + P(A^c)

atau

$$1 = P(A) + P(A^c)\ .\ \text{Jadi } P(A^c) = 1 - P(A)$$

<u>Contoh 8</u>

Satu dadu yang setimbang dilambungkan satu kali, dilihat banyak mata yang muncul.

A = kejadian bahwa muncul mata prima.

Maka : A = {2, 3, 5} ; $P(A) = \frac{3}{6} ? \frac{1}{2}$

A^c kejadian muncul mata tidak prima. Maka :

$$A^c = \{1,4,6\} \text{ dan } P(A^c) = \frac{3}{6} ? \frac{1}{2}$$

Atau

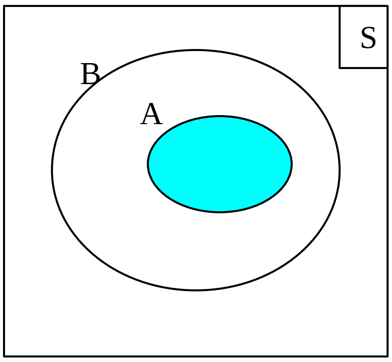
Dengan teorema 2 : $P(A^c) = 1 - P(A)$, maka :

$$P(A^c) = 1 - \frac{1}{2} ? \frac{1}{2}$$

Teorema 3

Jika A ? B maka P(A) = P(B)

Bukti :



Jika A ? B, maka B dapat dinyatakan ke dalam 2 kejadian, yaitu : A dan B\A, yang saling asing.

Atau B = A ? (B\A).

Jadi : P(B) = P(A) + P(B \ A).

Menurut aksioma (A_1) :

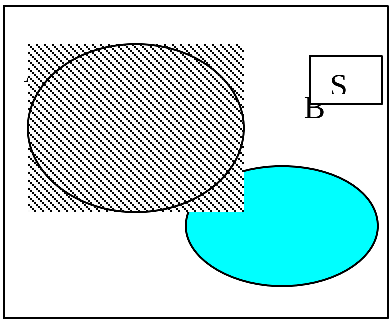
0 = P(B\A) = 1. Maka berarti bahwa P(B) = P(A) ; atau P(A) = P(B)

Teorema 4

Jika A dan B dua kejadian, maka P(A \B) = P(A) - P(A ? B)

Ingat : A \ B = A ? B^c atau himpunan anggota-anggota A yang bukan anggota B.

Bukti :



A dapat dinyatakan ke dalam 2 kejadian yang
saling asing, yaitu A \ B dan A ? B. Atau A = (A \ B) ? (A ? B).

Dengan aksioma (A_3) didapatkan :

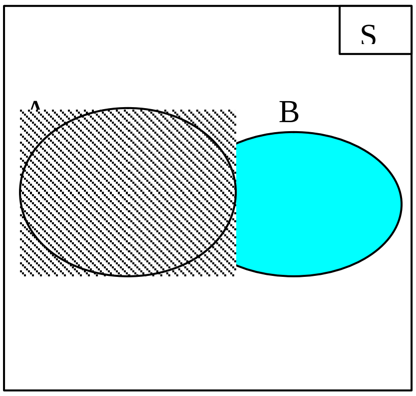
P(A) = P(A \ B) + P(A ? B) atau

P(A \ B) = P(A) - P(A ? B)

Teorema 5 :

Jika A dan B *sembarang dua kejadian*, maka P(A ? B) = P(A) + P(B) - P(A ? B)

Bukti :



A ? B dapat dinyatakan dengan 2 kejadian yang saling asing yaitu A \ B dan B.

Atau A ? B = (A \ B) ? B.

Dengan aksioma (A_3) dan teorema 4, didapatkan :

P (A ? B) = P (A \ B) + P (B) =

P (A) - P (A ? B) + P (B)

Karena P (A \ B) = P (A) - P (A ? B)

Terbukti P (A ? B) = P (A) + P (B) - P (A ? B)

<u>Contoh 9</u>

Satu dadu dilemparkan satu kali dan dilihat banyak mata yang muncul

A = kejadian muncul mata prima ; A = {2, 3, 5} ; P(A) = $\frac{3}{6}$

B = kejadian muncul mata ganjil ; A = {1, 3, 5} ; P(B) = $\frac{3}{6}$

A ? B = kejadian muncul mata prima *dan* ganjil = {3, 5}

$$P(A ? B) = \frac{2}{6}$$

A ? B = kejadian muncul mata prima *atau* ganjil = {1, 2, 3, 5},

$$P(A ? B) = \frac{4}{6}$$

Atau dengan teorema 5 :

$$P(A ? B) = P(A) + P(B) - P(A ? B) = \frac{3}{6} ? \frac{3}{6} ? \frac{2}{6} ? \frac{4}{6}$$

Definisi 1 dari peluang hanya dapat digunakan untuk eksperimen dengan *hasil yang banyak elemennya berhingga dan berkemungkinan sama untuk terjadi*. Misalnya dalam melambungkan sebuah dadu.

Maka peluang untuk munculnya mata genap = P({2, 4, 6}) = $\frac{3}{6}$,

karena keenam sisi dadu berkemungkinan sama untuk tampak/muncul. Dan dalam lambungan yang berulang-ulang, frekuensi relatif dari munculnya mata genap haruslah dekat dengan $\frac{1}{2}$

Tetapi untuk dadu yang *tidak seimbang*, yaitu dadu yang tidak dilambungkan atau yang beberapa matanya diberi pemberat, maka peluang munculnya tiap sisi tidak sama, maka munculnya mata genap dapat berbeda cukup jauh dari $\frac{1}{2}$ Untuk membicarakan hal ini, digunakan definisi peluang empiris sebagai berikut:

Definisi 4

Misalkan S merupakan ruang sampel, S = {a_1, a_2, ... ,a_n} ; dan misalkan pula bahwa p_1, p_2, ... ,p_n adalah bilangan-bilangan tidak negatif yang jumlahnya sama dengan 1, atau $p_1 + p_2 + ... + p_n = 1$. Untuk kejadian A, peluangnya didefinisikan sebagai P(A) = jumlah semua p_i yang berkaitan dengan hasil a_i, dengan a_i di dalam A.

Contoh 10

Sebuah dadu yang tidak setimbang dilambungkan berulang-ulang dan didapatkan frekuensi relatif sebagai berikut:

Jumlah mata dadu	1	2	3	4	5	6
Frekuensi relatif	0,13	0,18	0,18	0,16	0,15	0,20

Jika dadu itu dilambungkan satu kali dan diperhatikan banyaknya mata yang muncul, maka ruang sampelnya :

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Jika A kejadian bahwa muncul mata genap, maka A = {2, 4, 6}

$P(A) = P(2) + P(4) + P(6) = 0{,}18 + 0{,}16 + 0{,}20 = 0{,}54$

Jika B kejadian bahwa muncul mata prima, maka B = {2, 3, 5}

$P(B) = P(2) + P(3) + P(5) = 0{,}18 + 0{,}18 + 0{,}15 = 0{,}51$

KEPASTIAN DAN KEMUSTAHILAN

Sebuah kotak berisi kelereng 5 buah kelereng merah. Sebuah kelereng secara acak diambil dari kotak tersebut. Berapakah peluangnya bahwa kelereng yang terambil tersebut berwarna merah?

Karena semua kelereng yang ada dalam kotak tersebut berwarna merah, maka kalau diambil secara acak satu kelereng, maka **pasti** berwarna merah.

Peluang terambil kelereng berwarna merah = $\frac{5}{5}$ = 1.

Karena pasti terjadi, maka kejadian tersebut dinamakan suatu **kepastian.**

Jadi suatu kepastian adalah suatu kejadian yang pasti terjadi, dan peluangnya sama dengan 1.

Pertanyaan selanjutnya adalah, berapakah peluangnya bahwa kelereng yang terambil tersebut berwarna putih?

Karena dalam kotak tersebut tidak ada kelereng putih, maka **mustahil** terjadi bahwa yang terambil kelereng putih.

Peluang terambilnya kelereng putih = $\frac{0}{5}$ = 0.

Karena mustahil terjadi, maka peristiwa terambilnya kelereng putih disebut **kemustahilan**.

Jadi suatu kemustahilan adalah suatu kejadian yang mustahil terjadi, dan peluangnya sama dengan 0.

c. Rangkuman 2

Dari uraian mengenai peluang, maka dapat dirangkum sebagai berikut:

1. Ruang sampel S: himpunan dari semua hasil yang mungkin dari suatu eksperimen.

   Kejadian : merupakan himpunan bagian dari ruang sampel S.

   Jika a ? S maka {a} disebut kejadian yang sederhana.
2. A ? B : kejadian yang terjadi A terjadi *atau* B terjadi

   A ? B : kejadian yang terjadi A terjadi *dan* B terjadi

   A^c : kejadian yang terjadi jika A tidak terjadi
3. Definisi peluang (yang pertama)= P(A) = $\frac{n(A)}{n(S)}$
4. A dan B saling asing jika A ? B = ?
5. Aksioma-aksioma

   (A_1). Untuk setiap kejadian A, 0 = P(A) = 1

   (A_2). P(S) = 1

   (A_3). Jika A dan B dua kejadian yang saling asing maka

   P(A ? B) = P(A) + P(B)

   (A_4). Jika A_1, A_2, ... merupakan deretan kejadian yang saling asing, maka

   P(A_1 ? A_2 ? ...) = P(A_1) + P (A_2) + ...
6. Teorema-teorema:
   a. P(?) = 0
   b. P(A^c) = 1 - P(A)
   c. Jika A ? B maka P(A) = P(B).

d. Jika A dan B suatu kejadian, maka $P(A/B) = P(A) - P(A ? B)$

e. Jika A dan B suatu kejadian, maka $P(A ? B) = P(A) + P(B) - P(A ? B)$

7. Definisi peluang (yang kedua).

   Jika $S = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$ dan

   a. $P_i = 0$, dengan i = 1, 2, 3, ...,n

   b. $P_1 + P_2 + ... + P_n = 1$, maka

   Jika A suatu kejadian dalam S,

   $P(A)$ = jumlah semua p yang berkaitan dengan $a_1 ? A$

8. Suatu kepastian adalah suatu kejadian yang pasti terjadi, dan peluangnya sama dengan 1.
9. Suatu kemustahilan adalah suatu kejadian yang mustahil terjadi, dan peluangnya sama dengan 0.

d. Tugas 2

1). Kelas I-A SMK ADIGUNA terdiri atas 23 siswa laki-laki dan 17 siswa perempuan. Secara acak ditunjuk seorang siswa untuk membaca pengumuman.

   a. Berapa peluangnya bahwa yang tertunjuk adalah seorang siswa laki-laki?

   b. Berapa peluangnya bahwa yang tertunjuk adalah siswa perempuan?

2). Dalam suatu pertemuan yang dihadiri 50 orang, 11 orang memakai baju putih, 15 orang memakai baju biru, 9 orang memakai baju merah, 7 orang memakai baju hijau, dan 8 orang memakai baju kuning. Dengan undian, 1 orang akan mendapatkan hadiah sebuah TV. Berapa peluangnya bahwa yang mendapatkan TV adalah orang yang memakai baju merah **atau** putih?

3). Dari 40 siswa kelas II-B SMK MAJU JAYA, 20 siswa punya hobi olahraga, 15 siswa punya hobi kesenian, 5 siswa punya hobi olahraga dan kesenian. Seorang siswa ditunjuk secara acak.

a. Berapa peluangnya bahwa siswa yang tertunjuk adalah siswa yang hobinya olahraga **atau** kesenian?

b. Berapa peluangnya bahwa siswa yang tertunjuk adalah siswa yang hobinya olahraga tetapi tidak suka kesenian?

c. Berapa peluangnya bahwa siswa yang tertunjuk adalah siswa yang tidak suka olahraga juga tidak suka kesenian?

4). Dalam ruang komputer, ada 20 siswa sedang praktek komputer. Seorang siswa ditunjuk secara acak.

a. Berapakah peluangnya bahwa siswa tersebut sedang praktek komputer? Disebut apakah terjadinya siswa praktek komputer ini di ruang komputer tersebut?

b. Berapakah peluangnya bahwa siswa tersebut sedang praktek menjahit? Disebut apakah terjadinya siswa praktek menjahit di ruang komputer tersebut?

e. Tes Formatif 2

1) Satu kartu diambil secara acak dari satu pak kartu yang berisi 10 kartu bernomor 1 sampai 10.

a. Berapakah peluangnya bahwa yang terambil adalah kartu bernomor 3 atau 5?

b. Berapakah peluangnya bahwa yang terambil adalah kartu yang bernomor bukan nomor genap?

2). Dalam sebuah kotak terdapat 10 bola lampu yang masih hidup dan 5 bola lampu yang sudah mati. Dua buah bola lampu diambil secara acak dari kotak tersebut. Berapakah peluangnya bahwa kedua bola lampu yang terambil tersebut merupakan bola lampu yang masih hidup?

3). Rumah makan “Baru” hanya menjual ayam goreng dengan nasi. Pak Udin ingin makan di rumah makan tersebut. Berapakah peluangnya bahwa pak Udin makan bakso di rumah makan “Baru” tersebut? Disebut apakah kejadian tersebut?

4). Ada 5 siswa yang berurutan tingginya dari yang paling tinggi ke yang paling rendah, yaitu Candra, Agung, Surya, Dian, dan Novan. Kelima siswa tersebut akan masuk kelas satu persatu. Berapakah peluangnya bahwa waktu masuk ke kelas urutannya adalah Novan, Surya, Agung, Candra, Dian?

f. Kunci Jawaban Tes Formatif 2

1). a. Diambil 1 kartu dari 10 kartu, maka peluangnya kartu tersebut bernomor 3 atau 5 adalah $\frac{1}{10} ? \frac{1}{10} ? \frac{2}{10}$

b. Ada 5 kartu bernomor genap, yaitu nomor 2, 4, 6, 8, dan 10. Jadi kartu yang bernomor ganjil adalah kartu yang bernomor 1, 3, 5, 7, dan 9. Ada 5 kartu yang bernomor ganjil.

Peluang yang terambil kartu yang bukan bernomor genap adalah

$$\frac{5}{10} ? \frac{1}{2}$$

2). Karena ada 10 bola lampu yang masih hidup dari 15 bola lampu yang ada, maka peluang yang terambil 2 buah bola lampu yang masih hidup adalah

$$\frac{C(10,2)}{C(25,2)} = \frac{45}{300}$$

C(10,2) adalah kombinasi 2 obyek dari 10 obyek.

C(25,2) adalah kombinasi 2 obyek dari 25 obyek.

3). Karena di rumah makan “Baru” tersebut tidak ada bakso, maka peluang pak Udin makan bakso adalah 0. Disebut kemustahilan.

4). Karena harus berurutan, maka peluangnya adalah

$$\frac{1}{P(5)} ? \frac{1}{120}$$

P(5) adalah permutasi dari 5 obyek.

3. Kegiatan Belajar 3

a. Tujuan Kegiatan Pembelajaran

Setelah mempelajari kegiatan belajar ini, diharapkan anda dapat:

- ✍ memahami dan menggunakan frekuensi harapan untuk menyelesaikan masalah.
- ✍ menyebutkan definisi dua kejadian yang saling bebas dan menggunakannya dalam pemecahan masalah.
- ✍ menyebutkan definisi dua kejadian yang saling lepas dan menggunakannya dalam pemecahan masalah.

b. Uraian Materi

FREKUENSI HARAPAN, KEJADIAN YANG SALING BEBAS, DAN KEJADIAN YANG SALING LEPAS

Frekuensi Harapan

Dari pengalaman seorang penjual mangga, maka peluang sebuah mangga dagangannya seperti pada saat itu rasanya manis sama dengan $\frac{7}{8}$.

Jika ada 40 mangga, berapakah banyak mangga yang kita harapkan rasanya manis?

Karena ada 40 mangga, maka banyak mangga yang kita harapkan rasanya manis = $\frac{7}{8}$ X 40 = 35 buah

Sesuatu yang kita harapkan seperti tersebut diatas secara matematis biasa disebut dengan frekuensi harapan.

Frekuensi harapan : $F_h = P(A) \times n$

dengan P(A) = peluang terjadinya peristiwa A

n = banyaknya kejadian

Contoh 1

Peluang sebutir telor kalau ditetaskan akan menetas adalah $\frac{9}{10}$. Kalau ada 100 butir telor yang akan ditetaskan, berapakah banyak telor yang diharapkan akan menetas?

Karena ada 100 butir telor yang akan ditetaskan, maka harapan banyaknya telor yang akan menetas = $\frac{9}{10}$ X 100 = 90 butir.

PELUANG BERSYARAT

Suatu kejadian dapat bergantung pada terjadi atau tidaknya suatu kejadian lain. Untuk kejadian yang bergantung pada kejadian lain, nilai peluangnya dicari dengan menggunakan peluang bersyarat, sebagai berikut:

Definisi 1

Misalkan E sebarang kejadian dalam ruang sampel S, dengan P(E) > 0. Peluang bersyarat dari kejadian A dengan syarat E terjadi, ditulis P(A/E), didefinisikan sebagai berikut:

$$\boxed{\mathrm{P(A/E)} = \frac{P(A \cap E)}{P(E)}}$$

Atau, misalkan S ruang sampel yang berhingga dengan kejadian A dan E.

Maka:

$$\mathrm{P(A/E)} = \frac{bamya\ kelemen\ dalam\ A \cap E}{banyak\ elemen\ dalam\ E}$$

Contoh 2

Misalkan sepasang dadu yang setimbang dilambungkan satu kali. Dilihat jumlah mata yang muncul. E kejadian bahwa jumlah mata yang muncul pada kedua dadu sama dengan 6. A kejadian muncul mata 2 pada paling sedikit satu dadu.

Maka:

S = {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), ..., (5,6), (6,6)} :

n(S) = 36

E = {(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)} ; n(E) = 5 ; P(E) = $\frac{5}{36}$

A = {(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (1,2), (3,2), (4,2), (5,2), (6,2)}; n(A) = 11

$A \cap E$ = {(2,4), (4,2)} ; $P(A \cap E) = \frac{2}{36}$

Jadi peluang bersyarat dari A dengan syarat E adalah:

$$P(A/E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{\frac{2}{36}}{\frac{5}{36}} = \frac{2}{5}$$

Atau:

Banyaknya elemen dalam $A \cap E = n(A \cap E) = 2$

$$P(A/E) = \frac{n(A \cap E)}{n(E)} = \frac{2}{5}$$

Jadi peluang terjadinya muncul mata 2 pada paling sedikit satu dadu jika diketahui bahwa jumlah mata yang muncul pada kedua dadu sama dengan 6 adalah $\frac{2}{5}$

Contoh 3

Andaikan S ruang sampel dari sekelompok orang dewasa yang telah menyelesaikan studinya. Orang tersebut dikelompokkan menurut jenis kelamin dan status kerja sebagai berikut:

	Bekerja	Tidak bekerja	Jumlah
Laki-laki	460	40	500
Perempuan	140	260	400
Jumlah	600	300	900

Seorang diantara orang tersebut dipilih secara acak untuk mewakili kelompok tersebut. Bila telah diketahui orang yang dipilih sudah bekerja, berapakah peluang orang tersebut laki-laki ?

<u>Penyelesaian</u>

Misalkan B : Kejadian terpilih seorang yang sudah bekerja

L : Kejadian terpilih seorang laki-laki

Yang ditanyakan peluang L dengan syarat B atau P(L/B)

P(L) = $\frac{500}{900}$; P(B) = $\frac{600}{900}$; P(LnB) = $\frac{460}{900}$

$$P(L/B) = \frac{P(L \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{460}{900}}{\frac{600}{900}} = \frac{23}{30}$$

Perlu diperhatikan bahwa rumus :

$$P(A/E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)}$$

dapat dinyatakan dengan P (A ∩ E) = P (E) . P (A/E)

KEJADIAN-KEJADIAN YANG SALING BEBAS

Suatu kejadian B dikatakan independen (bebas) dari kejadian A jika peluang terjadinya B tidak terpengaruh oleh terjadi atau tidaknya kejadian A, atau jika peluang dari B sama dengan peluang bersyarat dari B dengan syarat A, yaitu : P(B) = P(B/A)

Dari rumus peluang bersyarat:

$$P(B\backslash A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$ dan P(B\A) = P(B)

Maka $$P(B) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

Jadi P(B ∩ A) = P(B) . P(A)

Definisi 2

Kejadian-kejadian A dan B dikatakan **saling bebas/independen**, jika

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Jika **$P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$**, maka A dan B dikatakan **dependen (saling bergantung)**.

<u>Contoh 4</u>

Misalkan suatu mata uang yang setimbang dilambungkan 3 kali.

Maka S = {MMM, MMB, MBM, MBB, BMM, BMB, BBM, BBB}

Perhatikan kejadian-kejadian berikut:

A = kejadian bahwa pada lambungan I muncul sisi M

B = kejadian bahwa pada lambungan II muncul sisi M

C = kejadian bahwa tepat muncul 2 sisi M berturut-turut

Maka

A = {MMM, MMB, MBM, MBB} ; $P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

B = {MMM, MMB, BMM, BMB} ; $P(B) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

C = {MMB, BMM} ; $P(C) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

a. $A \cap B$ = {MMM, MMB} ; $P(A \cap B) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$; $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$

Karena $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$, maka A dan B merupakan dua kejadian yang saling bebas.

b. $A \cap C$ = {MMB} ; $P(A \cap C) = \frac{1}{8}$

$P(A) \cdot P(C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = P(A \cap C)$

Karena $P(A \cap C) = P(A) \cdot P(C)$, berarti bahwa A dan C merupakan dua kejadian yang saling bebas.

c. B ? C = {MMB, BMM} ; P(B ? C) = $\frac{2}{8} ? \frac{1}{2}$

P(B) . P(C) = $\frac{1}{2} ? \frac{1}{4} ? \frac{1}{8}$? P(B ? C)

Karena P(B ? C) ? P(B) . P(C) berarti bahwa B dan C merupakan dua kejadian yang tidak bebas atau saling bergantung.

KEJADIAN-KEJADIAN YANG SALING LEPAS

Setelah kita menguraikan definisi dan teorema tentang dua kejadian di S, maka hendaknya anda dapat membedakan antara dua kejadian bebas dan dua kejadian uang saling asing. Secara verbal harfiah, dua kejadian dikatakan bebas jika terjadinya kejadian pertama, misalkan A, tidak dipengaruhi oleh kejadian kedua, misalnya B. Secara peluang dinyatakan dengan P(A ? B) = P(A) . P(B). Sedang dua kejadian dikatakan saling asing jika dua kejadian itu, misalnya A dan B tidak memiliki titik persekutuan atau A ? B = ? dan secara peluang dinyatakan dengan P(A ? B) = 0 atau P(A ? B) = P(A) + P(B).

<u>Contoh 5</u>

Andaikan dua buah dadu dilemparkan satu kali. Kita memperhatikan jumlah mata dadu yang muncul. Andaikan A adalah kejadian “jumlah mata dadu genap” dan B kejadian “ jumlah mata dadu lebih dari 10 “. Periksalah apakah A dan B dua kejadian yang saling bebas atau dua kejadian yang saling lepas atau kedua-duanya.

Misal:

A = kejadian jumlah mata dadu genap; P(A) = $\frac{18}{36} ? \frac{1}{2}$

B = kejadian jumlah mata dadu lebih dari 10, P(B) = $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

P(A ? B) = $\frac{1}{36}$

$$P(A\ ?\ B) = P(A) + P(B) - P(A\ ?\ B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{12} - \frac{1}{36} = \frac{20}{36}$$

Ternyata bahwa :

P(A ? B) ? P(A) . P(B). Jadi A dan B tidak bebas

P(A ? B) ? P(A) + P(B). Jadi A dan B juga tidak saling lepas

c. Rangkuman 3

1. Frekuensi harapan F_h = P(A) X n
2. Jika E kejadian dalam ruang sampel S, dengan P (E) > 0, maka *peluang bersyarat* dari kejadian A dengan syarat E adalah:

$$P(A/E)\ ?\ \frac{P(A\square\ E)}{P(E)}$$

3. a. Suatu kejadian B dikatakan bebas/independen dari kejadian A jika peluang terjadinya B tidak terpengaruh oleh terjadinya kejadian A
   Atau jika P (A ? B) = P (A) . P (B)

   b. Jika P (A ? B) (P (A) . P (B) maka A dan B dikatakan tidak bebas/saling bergantung
4. Dua kejadian A dan B dikatakan saling asing jika A(B = (atau P(A(B) = 0 atau P(A (B) = P(A) + P(B).

d. Tugas 3

1. Dari pengalaman pemilik Rumah Makan “Baru”, 3 dari 10 orang pengunjung memesan bakso. Kalau rata-rata sehari kedatangan 50 pengunjung, berapa porsi bakso yang harus disiapkan pemilik rumah makan setiap harinya?
2. Penjual telor menyatakan bahwa dari pengalamannya selama ini, peluang sebutir telor dagangannya masih dalam keadaan baik adalah 0,97. Kalau

dia menjual 500 butir telor, berapa kira-kira banyak telor yang sudah tidak baik?

3. Peluang suatu hari akan hujan adalah 0,3, peluang berawan adalah 0,5, dan peluang cerah adalah 0,2.
   a. Apakah kejadian hujan dan berawan pada hari tersebut adalah kejadian yang saling bebas?
   b. Apakah kejadian berawan dan cerah pada hari tersebut adalah kejadian yang saling lepas?
4. Daftar hasil pemilihan kegiatan olahraga dan kesenian 40 orang siswa SMK adalah sebagai berikut.

	Sepak bola	Basket	Jumlah
Tari	10	5	15
Nyanyi	18	7	25
Jumlah	28	12	40

   a. Apakah pemilihan kegiatan sepakbola dan tari dari siswa SMK tersebut merupakan kejadian yang saling bebas? saling lepas?
   b. Apakah pemilihan kegiatan basket dan nyanyi dari siswa SMK tersebut merupakan dua kejadian yang saling bebas? saling lepas?

e. Tes Formatif 3

1. Di SMK "Bina Taruna" peluang seorang siswa naik sepeda motor ke sekolah adalah Kalau di SMK "Bina Taruna" tersebut ada 300 siswa, berapa kira-kira banyak siswa yang naik sepeda motor?
2. Sepasang dadu yang setimbang dilambungkan satu kali dan dilihat jumlah mata yang muncul. Carilah peluangnya bahwa jumlah mata kedua lebih dari atau sama dengan 10, jika :
   a. muncul mata 5 pada dadu pertama
   b. muncul mata 5 pada paling sedikit satu dadu

3. Misalkan A kejadian bahwa suatu keluarga mempunyai anak laki-laki dan perempuan. B kejadian bahwa suatu keluarga mempunyai anak paling banyak satu laki-laki.
   a. Tunjukkan bahwa A dan B merupakan kejadian yang saling bebas, jika suatu keluarga mempunyai 3 (tiga) anak. Apakah A dan B dua kejadian yang saling lepas?
   b. Tunjukkan bahwa A dan B merupakan kejadian yang tidak bebas (saling bergantungan) jika suatu keluarga mempunyai 2 (dua) anak. Apakah A dan B dua kejadian yang saling lepas?

f. Kunci Jawaban Tes Formatif 3

1. Banyak siswa yang diperkirakan naik sepeda motor = $\frac{3}{5}$ X 300 = 180 siswa

2. a. Misalkan A kejadian bahwa muncul mata 5 pada dadu I, maka

   A = {(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)}

   Misalkan B kejadian bahwa jumlah mata yang muncul = 10,

   maka B = {(5,5), (5,6), (6,5), (6,6)}

   B ? A = {(5,5), (5,6)} ; P(B ? A) = $\frac{2}{36}$; P(A) = $\frac{6}{36}$

   $$P(B\backslash A) = \frac{P(B \square A)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{36}}{\frac{6}{36}} \; ? \; \frac{2}{6}$$

   b. Misalkan C kejadian bahwa paling sedikit satu dadu muncul mata 5, maka :

   C = {(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,5), (4,5), (3,5), (2,5), (1,5)}

   P(C) = $\frac{11}{36}$

   B ? C = {(5,5), (5,6), (6,5)} ; P(B ? C) = $\frac{3}{36}$

P(B/C) = $\frac{P(B \square C)}{P(C)} ? \frac{\frac{3}{36}}{\frac{11}{36}} ? \frac{3}{11}$

3. a. Ruang sampel S = {LLL, LLP, LPL, PLL, LPP, PLP, PPL, PPP}

A = {LLP, LPL, LPP, PLL, PLP, PPL}; P (A) = $\frac{6}{8} ? \frac{3}{4}$

B = {LPP, PLP, PPL, PPP} ; P (B) = $\frac{4}{8} ? \frac{1}{2}$

A ? B = {LPP, PLP, PPL} ; P (A ? B) = $\frac{3}{8}$

P (A) . P (B) = $\frac{3}{4} ? \frac{1}{2} ? \frac{3}{8}$ = P (A ? B) . Terbukti A dan B bebas

A ? B = {LPP, PLP, PPL} ? ? atau P (A ? B) = $\frac{3}{8}$? 0. Jadi A dan B tidak saling lepas.

b. S = {LL, LP, PL, PP}

A = {LP, PL} ; P (A) = $\frac{1}{2}$

B = {LP, PL, PP} ; P (B) = $\frac{3}{4}$; A ? B = {LP, PL} ; P (A ? B) = $\frac{1}{2}$

P (A) . P (B) = $\frac{1}{2} ? \frac{3}{4} ? \frac{3}{8}$? P (A ? B). Terbukti A dan B tidak bebas

A ? B = {LP, PL} ? ? atau P (A ? B) = $\frac{1}{2}$? 0. Jadi A dan B tidak saling lepas.

BAB III. EVALUASI

Kerjakanlah soal-soal berikut dengan cermat!

1. Di meja makan ada 4 camilan atau penganan, yaitu pisang goreng, tahu goreng, lompia, dan emping. Candra ingin makan ke empat camilan tersebut secara berurutan. Ada berapa banyak urutan camilan yang dapat dimakan Candra?

2. Dalam satu tim sepakbola, nomor punggung para pemain berurutan mulai dari 1 sampai 11. Penomoran tersebut dilakukan secara acak. Dua orang dipanggil ke depan untuk menerima nomor punggung. Ada berapa banyak kemungkinan nomor punggung kedua orang tersebut?

3. Sebuah toko sepeda motor menjual 15 merek Honda, 12 merek Yamaha, 13 merek Kawasaki, dan 10 merek Suzuki. Sebuah sepeda motor terjual pada jam 10.00 pagi. Berapa peluangnya bahwa sepeda motor yang terjual pada jam 10.00 pagi tersebut adalah merek Kawasaki?. Apakah terjualnya sepeda motor merek Kawasaki merupakan suatu kemustahilan? Mengapa?

4. Berdasarkan pengalaman, peluang sebuah bibit pohon kelapa akan tumbuh dengan baik adalah 0,95. Kalau ada 500 bibit pohon kelapa, berapa banyak bibit yang diperkirakan tidak dapat tumbuh dengan baik?

5. Sebuah dadu yang setimbang dilambungkan satu kali. A kejadian muncul mata genap, dan B kejadian muncul mata prima.

   a. Apakah kejadian A dan B merupakan kejadian yang lepas?

   b. Apakah kejadian A dan B adalah kejadian yang saling bebas?

Kunci Jawaban Evaluasi

1. Banyak urutan camilan yang dapat dimakan Candra adalah 4! = 4 X 3 X 2 X 1 = 24 urutan.
2. Banyak kemungkinan nomor punggung kedua orang tersebut adalah C(11,2) = 55.
3. Peluang bahwa sepeda motor yang terjual adalah merek Kawasaki adalah $\frac{13}{50}$.

   Bukan suatu kemustahilan, karena peluangnya tidak sama dengan 0.
4. Banyak bibit yang diperkirakan tumbuh dengan baik = 0,95 X 500 = 475 bibit. Jadi banyak bibit yang diperkirakan tidak dapat tumbuh dengan baik adalah 500 - 475 = 25 bibit.
5. A = {2, 4, 6}

   B = {2, 3, 5}

   a. An B = {2} ? (. Jadi A dan B adalah dua kejadian yang tidak lepas.

   b. P(A) ? ? $\frac{1}{2}$

   P(B) = $\frac{3}{6}$? $\frac{1}{2}$

   P(A).P(B) = $\frac{1}{2}$? $\frac{1}{2}$? $\frac{1}{4}$

   P(An B) = $\frac{1}{6}$? P(A).P(B).

   Jadi A dan B merupakan dua kejadian yang tidak bebas.

BAB IV. PENUTUP

Setelah menyelesaikan modul ini, Anda berhak untuk mengikuti tes praktek untuk menguji kompetensi yang telah Anda pelajari. Apabila Anda dinyatakan memenuhi syarat kelulusan dari hasil evaluasi dalam modul ini, maka Anda berhak untuk melanjutkan ke topik/modul berikutnya.

Mintalah pada guru untuk melakukan uji kompetensi dengan sistem penilaian yang dilakukan langsung oleh pihak industri atau asosiasi yang berkompeten apabila Anda telah menyelesaikan seluruh evaluasi dari setiap modul, maka hasil yang berupa nilai dari guru atau berupa portofolio dapat dijadikan bahan verifikasi oleh pihak industri atau asosiasi profesi. Kemudian selanjutnya hasil tersebut dapat dijadikan sebagai penentu standar pemenuhan kompetensi dan bila memenuhi syarat Anda berhak mendapatkan sertifikat kompetensi yang dikeluarkan oleh dunia industri atau asosiasi profesi.

DAFTAR PUSTAKA

Hogg Robert V., Craig Allen T., 1978, *Introduction to Mathematical Statistics*, Macmillan Publishing Co., Inc

Lipschutz Seymour, 1974, *Theory and Problems of Probability*, Schaums Outline Series, Mc Graw Hill Book Company

Mood Alexander M., Franklin A.G., Duane C.Boes, 1974, *Introduction To the Theory of Statistics*, Mc Graw Hill Kogakusha Ltd.

Soeryadi PA,. 1983, *Pendahuluan Teori Kemungkinan dan Statistika*, ITB Bandung